

УДК 532.5.296:534.12

ЭВОЛЮЦИЯ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СФЕРИЧНОСТИ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА ПРИ ЕГО СИЛЬНОМ СЖАТИИ¹⁾**Д.Ю. ТОПОРКОВ***Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, г. Казань**E-mail: top.dmtr@gmail.com***EVOLUTION OF SMALL DISTURBANCES OF SPHERICITY OF THE VAPOR BUBBLE UNDER STRONG COMPRESSION****D.Yu. TOPORKOV***Institute of Mechanics and Engineering KazSC RAS, Kazan***Аннотация**

Рассматривается эволюция малой несферичности кавитационного пузырька при его сильном сжатии в воде и ацетоне. Показано, что при сжатии пузырька с начальным радиусом 500 мкм при давлении жидкости 15 бар и ее температуре 20 °С амплитуда возмущений сферичности пузырька, отнесенная к его текущему радиусу, может возрасти к концу его сжатия до 3400 раз в воде и 60 раз в ацетоне. Такая большая разница обусловлена разной степенью влияния неустойчивостей Биркгоффа-Плессета и Рэлея-Тейлора.

Ключевые слова: Динамика пузырька, устойчивость сферической формы, акустическая кавитация, коллапс пузырька.

Summary

The evolution of small nonsphericity of a cavitation bubble under its strong compression in water and acetone is considered. It is shown that in the course of compression of the bubble with an initial radius 500 μm in liquid with pressure 15 bar and temperature 20 °C, the bubble sphericity perturbation amplitude, referred to the current radius of the bubble, may increase till the end of its compression to 3400 times in water and to 60 times in acetone. Such large discrepancy is due to different influence of Birkhoff-Plesset and Rayleigh-Taylor instabilities.

Key words: Bubble dynamics, stability of spherical shape, acoustic cavitation, bubble collapse.

Введение

Сильное сжатие содержимого пузырьков в жидкости играет важную роль для теории и практики. В приложениях как среды в пузырьках, так и окружающие жидкости могут сильно различаться по своим физическим свойствам. Так, в экспериментах по периодической однопузырьковой сонолюминесценции [1] большое распространение имеет вода в качестве рабочей жидкости с содержащимися в ней пузырьками, наполненными смесью паров воды с различными газами. В недавнее время появился ряд публикаций по сильному сжатию содержимого кавитационных пузырьков в таких углеводородных жидкостях, как деутерированный ацетон [2] (нейтронная эмиссия при акустическом возбуждении кластера кавитационных пузырьков), бензол [3] и толуол [4] (кавитационный синтез наноалмазов). Во всех приведенных явлениях развитие деформации пузырьков при их коллапсе будет оказывать важное влияние на возможность сильного сжатия их содержимого. Различие в свойствах используемых сред может приводить к разному

¹⁾Работа выполнена в рамках программы РАН 23П.

характеру деформации сжимающихся пузырьков. Эволюцию несферичности отдельных пузырьков при их коллапсе в воде с умеренными сжимающими давлениями жидкости (на режиме сонолюминесценции) можно считать довольно хорошо изученной [1, 5]. В настоящей работе рассматривается деформация кавитационных пузырьков при их сверхсильном коллапсе в воде (как наиболее распространенный в приложениях) и ацетоне (как типичном представителе близких по свойствам углеводородных сред).

1. Модель динамики пузырька

Уравнение поверхности пузырька в сферической системе координат r, θ, φ представляется в виде

$$r = R(t) + \sum_{n=2}^N a_n(t) P_n(\cos \theta).$$

Здесь t — время, R — радиус сферической составляющей формы пузырька, a_n — амплитуда (со знаком) отклонения формы от сферической в виде осесимметричной сферической гармоники — полинома Лежандра P_n степени n от $\cos \theta$. Полагается, что искажение сферичности $\varepsilon_n = a_n/R$ мало при всех n ($|\varepsilon_n| \ll 1$). С учетом этого движение жидкости и пара представляется в виде суперпозиции сферического движения и его несферического возмущения.

Для описания сферической составляющей движения пара и жидкости используется следующая система уравнений [2, 6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho r^2) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho w r^2) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho w r^2) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho w^2 r^2 + p r^2) &= 2pr, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho e r^2) + \frac{\partial}{\partial r}[w r^2(\rho e + p)] &= \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность, w — радиальная компонента вектора скорости, p — давление, $e = U + w^2/2$ — удельная полная энергия, U — удельная внутренняя энергия, T — температура, κ — коэффициент теплопроводности.

Граничные условия имеют вид [2, 6]:

$$\begin{aligned} r \rightarrow \infty : \quad p &= p_0, \quad T = T_0; \\ r = R(t) : \quad \dot{R} &= w_l + \frac{j}{\rho_l} = w_g + \frac{j}{\rho_g}, \quad p_l = p_g - \frac{4\mu_l w_l}{R} - \frac{2\sigma}{R}, \\ \kappa_l \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_l - \kappa_g \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_g &= j l(p_g), \quad T_l = T_g, \end{aligned} \quad (2)$$

где μ_l — динамическая вязкости жидкости, σ — коэффициент поверхностного натяжения, l — теплота парообразования, j — скорость испарения и конденсации, отнесенная к единице площади поверхности. Нижние индексы l и g указывают на отношение к жидкости и пару соответственно. Величина j определяется по формуле Герца-Кнудсена-Ленгмюра [6].

Уравнения состояния жидкости и пара [6] представляют собой сумму потенциальных $p^{(p)}$, $U^{(p)}$ и тепловых $p^{(T)}$, $U^{(T)}$ компонент давления p и внутренней энергии U и константы $U^{(ch)}$ в выражении для U

$$p(\rho, T) = p^{(p)}(\rho) + p^{(T)}(\rho, T), \quad U(\rho, T) = U^{(p)}(\rho) + U^{(T)}(T) + U^{(ch)}. \quad (3)$$

Для описания потенциальных компонент используется обобщенный потенциал Борна-Майера [7, 8]. Тепловые компоненты определяются выражениями $p^{(T)}(\rho, T) = \rho \Gamma(\rho) U^{(T)}$, $U^{(T)}(T) = c_V T$, где Γ — коэффициент Грюнайзена. Теплоемкости c_V жидкости и пара полагаются постоянными.

Для описания изменения отклонения a_n применяется модель [9], в которой учет влияния плотности пара производится согласно [10]

$$\begin{aligned}
 & (1 + q_n)\ddot{a}_n + \left[3\frac{\dot{R}}{R} + 2(n+1)(n+2)\frac{\nu_l}{R^2} \right] \dot{a}_n + \\
 & + \left[\omega_n^2 + \frac{4\nu_l(n^2-1)\dot{R}}{R^3} - (n-1)(1-q_n)\frac{\ddot{R}}{R} \right] a_n + \\
 & + \frac{n(n+1)}{R} \left[\frac{\nu_l Q_n(R, t)}{R} + \frac{2\nu_l(2n+1)}{R^{2-n}} \alpha_n + \frac{\dot{R}}{R} \beta_n \right] = 0, \\
 & \alpha_n = -\frac{n+1}{2n+1} \int_R^\infty \frac{Q_n}{r^n} dr, \quad \beta_n = \int_R^\infty \left[\left(\frac{R}{r} \right)^3 - 1 \right] \left(\frac{R}{r} \right)^n Q_n dr, \\
 & q_n = \frac{(n+1)\bar{\rho}_g}{n\rho_l^\Gamma}, \quad \omega_n^2 = (n^2-1)(n+2)\frac{\sigma}{\rho_l^\Gamma R^3}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $\bar{\rho}_g$ и ρ_l^Γ – средняя плотность пара и плотность жидкости на межфазной поверхности в решении системы уравнений (1)–(3), $\nu_l = \mu_l/\rho_l^\Gamma$ – кинематическая вязкость, $Q_n(r, t)$ – функция, описывающая завихренность движения жидкости и определяющаяся из уравнения

$$\frac{\partial Q_n}{\partial t} + \dot{R}R^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{Q_n}{r^2} \right) + \nu_l \left[\frac{n(n+1)Q_n}{r^2} - \frac{\partial^2 Q_n}{\partial r^2} \right] = 0 \tag{5}$$

с граничными условиями

$$Q_n(R, t) = \frac{2}{n+1} \left[(n+2)\dot{a}_n - (n-1)\frac{\dot{R}}{R}a_n + (2n+1)R^{n-1}\alpha_n \right], \quad Q_n(\infty, t) = 0. \tag{6}$$

При $t = 0$ радиус пузырька $R_0 = 500$ мкм, скорость его изменения $\dot{R} = 0$, амплитуда возмущения сферичности пузырька $\varepsilon_n = \varepsilon_{n,0}$, скорость ее изменения $\dot{\varepsilon}_n = 0$, завихренность жидкости $Q_n = 0$, температура и давление жидкости $T_0 = 293.15^\circ\text{K}$ и $p_0 = 15$ бар, давление в пузырьке равно давлению насыщения $p_S(T_0)$. Параметры уравнений (1)–(3) взяты из [7] для воды и из [8] для ацетона.

2. Радиальное движение.

Изменение радиуса влияет на эволюцию искажения сферичности пузырька в ходе его коллапса, вызывая развитие неустойчивостей Биркгоффа-Плессета [11] и Рэлея-Тейлора [12]. Неустойчивость Биркгоффа-Плессета зависит от глубины коллапса. Неустойчивость Рэлея-Тейлора зависит от поведения пузырька на финальном участке коллапса, а именно, от величины радиального ускорения (с учетом знака) и соотношения между плотностью пара и плотностью окружающий пузырек жидкости.

На рис. 1 показан коллапс кавитационного пузырька до момента экстремального сжатия пара t_c , когда средой являются вода и ацетон. Основные различия между этими средами заключаются в следующем.

Во-первых, при коллапсе пузырька в воде экстремальное сжатие пара в нем происходит при $R_c \approx 11$ мкм, а в ацетоне при $R_c \approx 39$ мкм. При этом сжатие содержимого пузырька в воде происходит близким к однородному, тогда как при коллапсе пузырька в ацетоне в полости пузырька формируется радиально сходящаяся ударная волна [13], фокусировка которой в центральной области пузырька вызывает экстремальное сжатие пара. Вследствие меньшего радиуса R_c , как будет проиллюстрировано ниже, влияние на форму пузырька неустойчивости Биркгоффа-Плессета оказывается существенно сильнее в воде.

Во-вторых, на интервале торможения коллапса кавитационного пузырька (с положительными \ddot{R}) в воде радиальная скорость уменьшается от максимального значения $|\dot{R}_{max}| \approx 1.8$ км/с до нуля к моменту

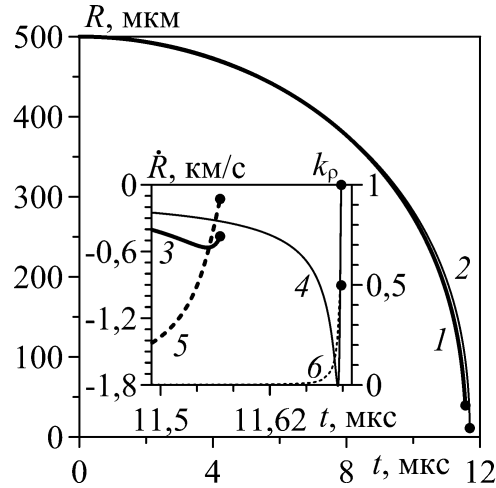


Рис. 1: Зависимости радиусов R (кривые 1, 2) и радиальных скоростей \dot{R} (кривые 3, 4) пузырьков и отношений характерных плотностей $k_\rho = \bar{\rho}_g/\rho_l^\Gamma$ (5, 6) от времени для ацетона (кривые 1, 3, 5) и воды (кривые 2, 4, 6); точки — значения в момент экстремального сжатия пара t_c .

t_c , а в ацетоне — от $|\dot{R}_{max}| \approx 0.56$ км/с до 0.46 км/с. Причем этот интервал в ацетоне в четыре раза продолжительнее. Как следствие, величина \ddot{R}_{max} в воде оказывается почти в 50 раз больше, чем в ацетоне. При этом на интервале торможения коллапса в воде средняя плотность пара оказывается значительно меньше плотности жидкости в приграничной к пузырьку области — отношение $k_\rho = \bar{\rho}_g/\rho_l^\Gamma$ меняется от 0.25 до 0.5. В ацетоне же параметр k_ρ на интервале торможения коллапса меняется от 0.65 до 0.93. Такое существенное различие в величине k_ρ объясняется разным поведением обоих параметров — $\bar{\rho}_g$ и ρ_l^Γ . На разницу в величине $\bar{\rho}_g$ влияет то, что одинаковый уровень давления в парах воды и ацетона достигается при меньшей плотности водяного пара. На разницу параметра ρ_l^Γ влияет то, что в воде из-за намного больших ускорений \ddot{R} (при торможении коллапса пузырька) приграничный слой жидкости подвергается значительно более сильному сжатию. Как следствие, влияние на форму пузырька неустойчивости Рэлея-Тейлора оказывается также существенно сильнее в воде.

3. Искажение сферичности пузырьков.

Рис. 2 иллюстрирует различие в эволюции искажения сферичности кавитационных пузырьков при их коллапсе в воде и ацетоне. Для $n = 27$ хорошо видно, что в воде величина $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ растет больше как в режиме колебаний из-за более глубокого коллапса (неустойчивость Биркгофа-Плессета), так и в виде финального всплеска (неустойчивость Рэлея-Тейлора), чем в ацетоне. Сравнение результатов для случаев $n = 27$ и 150 показывает, что с увеличением n влияние вязкости в воде растет сильнее, чем в ацетоне (на режиме колебаний искажение убывает больше). Однако, наряду с этим в воде намного сильнее растет финальный всплеск величины $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ (рост этого всплеска при увеличении n от 27 до 150 оказывается в пределах десятков процентов в ацетоне и более 10 раз в воде).

Рост несферичности пузырька при его коллапсе оценивается в настоящей работе (как, например, в [14]) по огибающим зависимостей $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ ($\varepsilon_{n,c}$ — значение ε_n в момент t_c) от номера n , построение которых показано на рис. 3.

Согласно огибающим $|\bar{\varepsilon}_{n,c}^*|$ зависимости величины $|\bar{\varepsilon}_{n,c}| = |\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ от номера n (рис. 3) амплитуда безразмерных возмущений сферичности рассматриваемых кавитационных пузырьков $|\varepsilon_n|$ может возрастать к концу коллапса до 3400 раз в воде и до 60 раз в ацетоне. Максимум достигается при $n = n_m \approx 71$ и 52 соответственно. Сфероидальные искажения (при $n = 2$) сферичности кавитационного пузырька растут при его коллапсе в 370 раз в воде и в 36 раз в ацетоне. По мере увеличения номера n от $n = 2$ величина

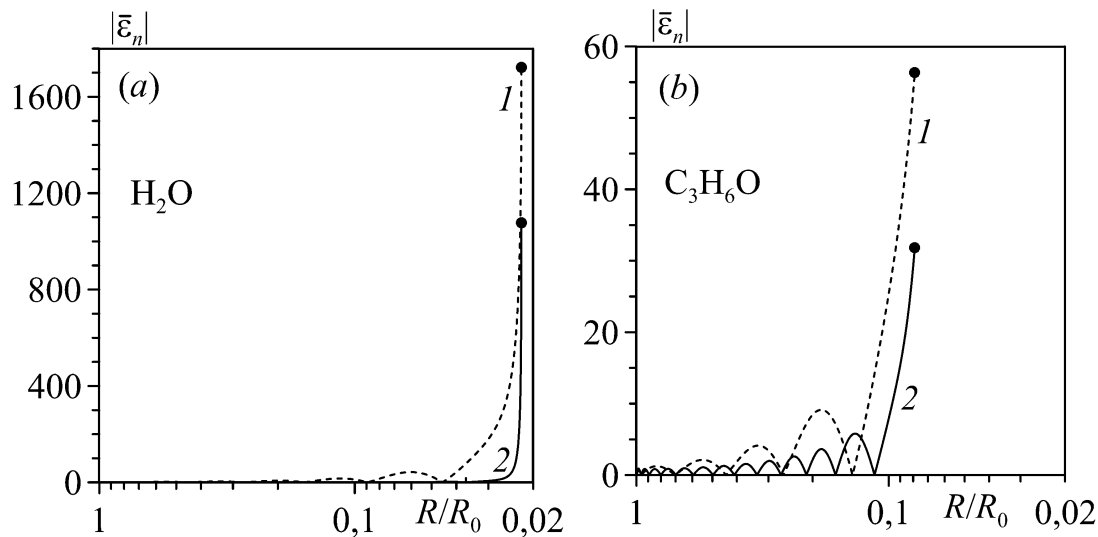


Рис. 2: Эволюция относительной амплитуды возмущения сферичности пузырьков $|\bar{\varepsilon}_n| = |\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ при $n = 27$ (кривые 1) и 150 (кривые 2) в воде (a) и ацетоне (b) в ходе коллапса пузырьков; точки — значения в момент экстремального сжатия пара t_c .

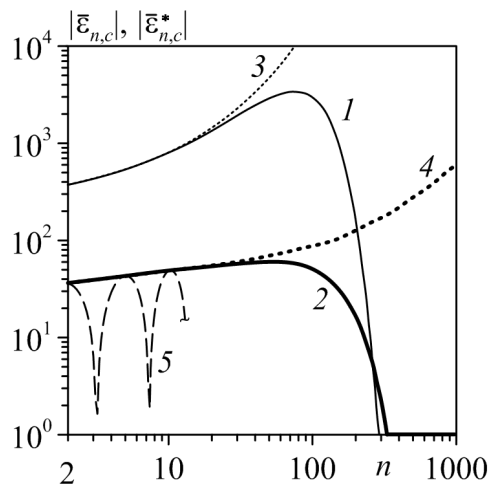


Рис. 3: Огибающие $|\bar{\varepsilon}_{n,c}^*|$ зависимостей величины $|\bar{\varepsilon}_{n,c}| = |\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$, характеризующей рост несферичности пузырька при его коллапсе, от номера гармоники n с учетом (кривая 1 — вода, кривая 2 — ацетон) и без учета (кривая 3 — вода, кривая 4 — ацетон) вязкости жидкости и фрагмент самой этой зависимости (кривая 5) для ацетона.

$|\bar{\varepsilon}_{n,c}^*|$ возрастает при $n < n_m$ (в 9.2 раза для воды и в 1.7 раза для ацетона) и довольно быстро убывает при $n > n_m$, так что, начиная с $n = 290$ и 325 соответственно, несферичность пузырька в конце коллапса оказывается меньше, чем в его начале. Из рис. 3 видно, что при $n < 20$ и 30 для воды и ацетона соответственно демпфирующее влияние вязкости жидкости на рост амплитуды несферичности пузырька в ходе его коллапса несущественно. При больших значениях номера n по мере его увеличения влияние вязкости жидкости быстро возрастает — без его учета рост амплитуды возмущений сферичности пузырька

в ходе его коллапса с увеличением n неуклонно возрастает. Таким образом, в ограничении роста высокочастотных возмущений сферичности пузырька при его коллапсе вязкость жидкости играет очень важную роль.

3. Заключение.

Показано, что по сравнению с водой ацетон является значительно более подходящим для сильного сжатия содержимого кавитационного пузырька. Преимущество ацетона заключается в намного меньшей деформации пузырька при его коллапсе к моменту экстремального сжатия в нем пара — деформации растут до 3400 раз в воде и до 60 раз в ацетоне. Этот результат чрезвычайно удачно согласуется с тем, что наиболее экстремальный (ударно-волновой) режим сжатия содержимого кавитационного пузырька при тех же условиях также реализуется в ацетоне и не реализуется в воде [14].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Brenner M., Hilgenfeldt S., Lohse D.** Single bubble sonoluminescence // *Reviews of Modern Physics*. — 2002. — V. 74. — P. 425–484.
2. **Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S., Bolotnova R.Kh., Vakhitova N.K., Lahey R.T., Jr., Taleyarkhan R.** The theory of supercompression of vapor bubbles and nanoscale thermonuclear fusion // *Phys. Fluids*. — 2005. — V. 17, № 10. — 107106.
3. **Галимов Э.М., Кудин А.М., Скоробогатский В.Н., Плотниченко В.Г., Бондарев О.Л., Зарубин Б.Г., Стразовский В.В., Аронин А.С., Фисенко А.В., Быков И.В., Баринов А.Ю.** Экспериментальное подтверждение синтеза алмаза в процессе кавитации // *Доклады РАН*. — 2004. — Т. 395, № 2. — P. 187–191.
4. **Воропаев С.А., Шкинев В.М., Днестровский А.Ю., Пономарева Е.А., Аронин А.С., Бондарев О.Л., Стразовский В.В., Скоробогатский В.Н., Елисеев А.А., Спиваков Б.Я., Галимов Э.М.** Особенности синтеза алмазоподобных наночастиц в толуоле при кавитации // *Доклады РАН*. — 2012. — Т. 446, № 4. — P. 388–392.
5. **Schanz D., Metten B., Kurz T., Lauterborn W.** Molecular dynamics simulations of cavitation bubble collapse and sonoluminescence // *New Journal of Physics*. — 2012. — V. 14. — 113019.
6. **Нигматулин Р.И.** Динамика многофазных сред. — М: Наука, 1987. — Т. 1 и 2.
7. **Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х.** Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Упрощенная форма // *Теплофизика высоких температур*. — 2011. — Т. 49, № 2. — С. 310–313.
8. **Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х.** Широкодиапазонное уравнение состояния органических жидкостей на примере ацетона // *Доклады РАН*. — 2007. — Т. 415, № 5. — С. 617–621.
9. **Prosperetti A.** Viscous effects on perturbed spherical flows // *Quart. Appl. Math.* — 1997. — V. 34. — P. 339–352.
10. **Lin H., Storey B.D., Szeri A.J.** Inertially driven inhomogeneities in violently collapsing bubbles: the validity of the Rayleigh-Plesset equation // *J. Fluid Mech.* — 2002. — V. 452. — P. 145–162.
11. **Plesset M.S., Mitchell T.P.** On the stability of the spherical shape of a vapor cavity in a liquid // *Quart. Appl. Math.* — 1956. — V. 13, № 4. — P. 419–430.
12. **Kull H.J.** Theory of the Rayleigh-Taylor instability // *Phys. Rep.* — 1991. — V. 206. — P. 197–325.
13. **Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Ильгамов М.А.** Образование сходящихся ударных волн в пузырьке при его сжатии // *Доклады РАН*. — 2014. — Т. 458, № 3. — С. 282–286.
14. **Аганин А.А., Ильгамов М.А., Нигматулин Р.И., Топорков Д.Ю.** Эволюция искажений сферичности кавитационного пузырька при акустическом сверхсжатии // *Известия РАН. МЖГ*. — 2010. — № 1. — С. 57–69.

REFERENCES

1. **Brenner M., Hilgenfeldt S., Lohse D.** Single bubble sonoluminescence // *Reviews of Modern Physics*. — 2002. — V. 74. — P. 425–484.
2. **Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S., Bolotnova R.Kh., Vakhitova N.K., Lahey R.T., Jr., Taleyarkhan R.** The theory of supercompression of vapor bubbles and nanoscale thermonuclear fusion // *Phys. Fluids*. — 2005. — V. 17, № 10. — P. 107106.
3. **Galimov E.M., Kudin A.M., Skorobogatski V.N., Plotnichenko V.G., Bondarev O.L., Zarubin B.G., Strazdovski V.V., Aronin A.S., Fisenko A.V., Bykov I.V., Barinov A.Yu.** Experimental Corroboration of the Synthesis of Diamond in the Cavitation Process // *Doklady Physics*. — 2004. — V. 49, № 3. — P. 150–153.
4. **Voropaev S.A., Shkinev V.M., Dnestrovskii A.Yu., Ponomareva E.A., Aronin A.S., Bondarev O.L., Strazdovskii V.V., Skorobogatskii V.N., Eliseev A.A., Spivakov B.Ya., Galimov E.M.** Synthesis of diamondlike nanoparticles under cavitation in toluene // *Doklady Physics*. — 2012. — V. 57, № 10. — P. 373–377.
5. **Schanz D., Metten B., Kurz T., Lauterborn W.** Molecular dynamics simulations of cavitation bubble collapse and sonoluminescence // *New Journal of Physics*. — 2012. — V. 14. — P. 113019.
6. **Nigmatulin R.I.** Dynamics of Multiphase Media. — Hemisphere, 1990. — V. 1, 2.
7. **Nigmatulin R.I., Bolotnova R.Kh.** Wide-Range Equation of State of Water and Steam: Simplified Form // *High Temperature*. — 2011. — V. 49, № 2. — P. 303–306.
8. **Nigmatulin R.I., Bolotnova R.Kh.** Wide-Range Equation of State for Organic Liquids: Acetone As an Example // *Doklady Physics*. — 2007. — V. 52, № 8. — P. 442–446.
9. **Prosperetti A.** Viscous effects on perturbed spherical flows // *Quart. Appl. Math.* — 1997. — V. 34. — P. 339–352.
10. **Lin H., Storey B.D., Szeri A.J.** Inertially driven inhomogeneities in violently collapsing bubbles: the validity of the Rayleigh-Plesset equation // *J. Fluid Mech.* — 2002. — V. 452. — P. 145–162.
11. **Plesset M.S., Mitchell T.P.** On the stability of the spherical shape of a vapor cavity in a liquid // *Quart. Appl. Math.* — 1956. — V. 13, № 4. — P. 419–430.
12. **Kull H.J.** Theory of the Rayleigh-Taylor instability // *Phys. Rep.* — 1991. — V. 206. — P. 197–325.
13. **Nigmatulin R.I., Aganin A.A., Toporkov D.Yu., Il'gamov M.A.** Formation of Convergent Shock Waves in a Bubble upon Its Collapse // *Doklady Physics*. — 2014. — V. 59, № 9. — P. 431–435.
14. **Aganin A.A., Il'gamov M.A., Nigmatulin R.I., Toporkov D.Yu.** Evolution of distortions of the spherical shape of a cavitation bubble in acoustic supercompression // *Fluid Dynamics*. — 2010. — V. 45, № 1. — P. 50–61.